

Esame di metodi numerici avanzati
(28-09-2010)

- *Metodi spettrali*

Verificare la seguente proprietà dei polinomi di Chebyshev:

$$\frac{T_{m+l}(x) + T_{m-l}(x)}{2} = T_l(x)T_m(x)$$

Utilizzando tale proprietà e sapendo che: $T_0(x) = 1$ e $T_1(x) = x$, calcolare le espressioni dei polinomi di Chebyshev $T_n(x)$ per $n = 2, 3, 4, 5$, verificando che si tratta effettivamente di polinomi nella variabile x , di grado n .

- *Metodi alle differenze finite*

Sia data l'equazione di advezione seguente:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

dove $v > 0$ ed $f = f(x, t)$. Si scriva un algoritmo per la soluzione numerica della equazione (??), utilizzando uno schema di Eulero al I ordine per la derivata temporale ed uno schema alle differenze finite "upwind" al II ordine per la derivata spaziale.

- *Metodi alle differenze compatte*

Determinare i coefficienti α , a e b in modo da ottenere uno schema del quarto ordine

$$\alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} = b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} + a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$$

- *Metodi Monte Carlo*

La distribuzione di Gumbel è rappresentata dalla p.d.f.:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{(\mu-x)/\beta} \exp \left[-e^{(\mu-x)/\beta} \right]$$

dove i parametri μ e β sono legati alla media ed alla deviazione standard della distribuzione. La distribuzione descrive la probabilità di eventi estremi, ad esempio viene utilizzata nella previsione dei terremoti per stabilire la probabilità che una scossa molto intensa si verifichi dopo una serie di massimi di intensità. Scrivere in un qualunque linguaggio (anche in pseudo-codice) un programma che, a partire da un vettore $x(N)$ di $N = 10000$ numeri casuali distribuiti uniformemente tra 0 e 1, generi una sequenza di $N = 10000$ variabili casuali $y(N)$, distribuite secondo Gumbel.