Esame di metodi numerici avanzati

(16-07-2010)

- *Metodi spettrali*
  Risolvere l'equazione di Burgers unidimensionale:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

  con condizioni al bordo periodiche, nell'intervallo $x \in [0, 2\pi]$, utilizzando $N = 3$ punti di collocazione ed uno schema di Eulero forward come schema temporale. Si suppongano noti i coefficienti di Fourier dello sviluppo della condizione iniziale. Esplicitare le equazioni discrete che descrivono l'evoluzione dei singoli coefficienti di Fourier della soluzione ai vari passi temporali.

- *Metodi alle differenze finite*
  Si dimostri che la seguente espressione:

$$Df_i = \frac{-f_{i+2} + 8f_{i+1} - 8f_{i-1} + f_{i-2}}{12\Delta x} \tag{1}$$

  rappresenta un'approssimazione della derivata prima della funzione f, accurata all'ordine IV nel passo della griglia Δx.

  Si consideri la funzione $f(x) = \sin(k\Delta x)$, periodica sull'intervallo $[0, L]$ (con $k = 2\pi/L$) e si ricavi l'errore di fase introdotto dallo schema alle differenze finite (**??**) nel calcolo della derivata prima di f.

- *Metodi alle differenze compatte*
  Calcolare l'errore del seguente schema per il calcolo della derivata di una funzione

$$\frac{1}{3}f'_{i-1} + f'_i + \frac{1}{3}f'_{i+1} = \frac{1}{36h}(f_{i+2} - f_{i-2}) + \frac{7}{9h}(f_{i+1} - f_{i-1})$$

- *Metodi Monte Carlo*
  Scrivere in un qualunque linguaggio di programmazione (anche in pseudocodice) un programma che simuli l'estrazione di 5 numeri compresi tra 1 e 90 su una ruota del lotto.