

**Esame di Meccanica Razionale- Facoltà di Ingegneria**  
**Prova scritta del 9-9-2004**

Un sistema materiale è costituito da tre corpi rigidi saldati tra loro e disposti come in figura. Il primo corpo è un semidisco di raggio  $R$  e massa  $M$ , avente diametro  $AOB$ . Il secondo corpo rigido è un semianello anch'esso di raggio  $R$ , i cui estremi sono saldati in corrispondenza dei punti  $AB$  del semidisco. I due corpi rigidi giacciono nello stesso piano. Il terzo corpo è un'asta <sup>di lunghezza  $l$  e massa  $m$</sup> , disposta perpendicolarmente al piano costituito dal semidisco e dal semianello, saldata ai due corpi suddetti nel punto  $B$ . Sia  $\{O, x_1, x_2, x_3\}$  una **terna fissa di assi inerziali** e  $\{O, y_1, y_2, y_3\}$  una terna di assi **solidale** al corpo rigido. Le origini delle due terne e gli assi  $x_1$  e  $y_1$  sono coincidenti. Le terne risultano disposte in modo che la loro origine coincida col centro  $O$  del semidisco, mentre gli assi  $x_1$  e  $y_1$  sono perpendicolari al piano costituito dal semidisco e dal semianello, quindi paralleli all'asta  $BC$ . Il diametro  $AB$  del semidisco giace lungo l'asse  $y_2$ . Il corpo rigido può ruotare attorno all'asse  $x_1$ . Sia  $\theta$  l'angolo formato ad un generico istante di tempo dagli assi  $y_2$  e  $x_2$ . Sul corpo rigido agisce la forza peso, antiparallela all'asse  $x_3$ . Calcolare:

- a) le coordinate del baricentro dell'intero corpo rigido **rispetto alla terna fissa**;
- b) il momento angolare  $\mathbf{K}_O$  dell'intero sistema rispetto all'origine  $O$ ;
- c) mediante il principio dei lavori virtuali, le posizioni di equilibrio del sistema, analizzandone la stabilità;
- d) l'equazione pura del moto del sistema.

