

## Meccanica Razionale

(Appello del 24-07-2002)

Un sistema materiale è formato da 3 corpi rigidi. Due di essi sono costituiti da due aste  $OA$  e  $AB$ , entrambe di lunghezza  $R$  e massa  $M$ . Le due aste sono saldate rigidamente nel punto  $A$ , formando un angolo retto. Il terzo corpo rigido è un semidisco di massa  $M$  e raggio  $R$  saldato rigidamente nel punto  $O$  con l'asta  $OA$ , come in figura. L'asta  $OA$  è perpendicolare al semidisco e  $AB$  risulta quindi parallela al piano su cui esso giace. Sia  $Ox_1x_2x_3$  una **terna fissa** di assi cartesiani ortogonali e  $Oy_1y_2y_3$  una **terna solidale** al corpo rigido. L'asta  $OA$  giace lungo gli assi  $x_1$  e  $y_1$  delle due terne, che sono coincidenti; l'asse  $y_2$  della terna solidale giace lungo il lato rettilineo  $CD$  del semidisco, mentre l'asse  $y_3$  passa per  $O$  e per il punto medio  $M$  del del lato curvo del semidisco ed è parallelo all'asta  $AB$ . Tutto il sistema è soggetto alla forza peso, antiparallela all'asse  $x_3$  ed a una coppia di momento noto  $M = M_0 \sin \theta \hat{i}_1$ , rispetto all'origine  $O$ , dove  $\theta$  è l'angolo fra gli assi  $x_3$  e  $y_3$  delle due terne e  $\hat{i}_1$  è il versore dell'asse  $y_1$  della terna solidale. Calcolare:

- 1) il baricentro dell'intero sistema rispetto agli **assi fissi**;
- 2) il momento angolare  $K_0$  dell'intero sistema rispetto alla **terna solidale**;
- 3) le posizioni di equilibrio del sistema, studiandone la stabilità in funzione del valore di  $M_0$ ;
- 4) l'equazione pura del moto, dandone la soluzione generale per  $\theta$  piccoli, discutendola a seconda del valore di  $M_0$ ;
- 5) supposto che all'istante iniziale sia:  $\theta = \dot{\theta} = 0$ , calcolare la risultante ed il momento risultante delle reazioni vincolari in questa posizione rispetto all'origine  $O$ .

