

**Facoltà di Ingegneria**  
**ESAME DI MECCANICA RAZIONALE DEL 04/12/2001**

Un sistema materiale è costituito da due corpi rigidi. Il primo corpo rigido è un quarto di disco, di raggio  $R$  e massa  $M$ , giacente nel piano  $x_1 - x_2$  di una terna fissa di assi cartesiani ortogonali  $Ox_1x_2x_3$ . Siano  $A$  e  $B$  gli estremi del lato curvo del quarto di disco. Sia inoltre  $Oy_1y_2y_3$  una terna di assi cartesiani ortogonali, solidale al corpo rigido, con l'asse  $y_3$  coincidente con l'asse  $x_3$  della prima terna. Gli assi  $y_1$  e  $y_2$  giacciono lungo i lati rettilinei del quarto di disco e l'asse  $y_1$  forma un angolo  $\theta$  con l'asse  $x_1$  della prima terna. Il secondo corpo rigido è un quarto di anello, anch'esso di massa  $M$  e raggio  $R$ , giacente nel piano  $y_1 - y_3$  della terna solidale al primo corpo, con un estremo saldato rigidamente al quarto di disco nel punto  $A$ . L'altro estremo  $C$  si trova sull'asse  $y_3$ . Tutto il sistema è vincolato a ruotare attorno all'asse  $x_3$ . Sul sistema materiale agiscono: 1) la forza peso, antiparallela all'asse  $x_3$ ; 2) una coppia di momento  $M = -M_0\theta\hat{e}_3$ . Calcolare:

- 1) il baricentro dell'intero sistema materiale rispetto agli assi fissi  $Ox_1x_2x_3$ ;
- 2) il momento angolare  $\mathbf{K}_0$  dell'intero sistema rispetto alla terna di assi solidali al corpo rigido;
- 3) le posizioni di equilibrio del sistema, utilizzando il principio dei lavori virtuali e analizzandone la stabilità;
- 4) l'equazione pura del moto, dandone la soluzione generale;
- 5) supposto che all'istante iniziale si abbia:  $\theta = 0, \dot{\theta} = \dot{\theta}_0$ , calcolare il valore della reazione vincolare  $\vec{\phi}$  nell'origine  $O$  per  $t = 0$ , in funzione delle condizioni iniziali.

