

Esame di Fisica Computazionale
Appello del 18-02-2015

Un oscillatore di Van der Pol è un sistema in cui una quantità oscillante x è soluzione dell'equazione differenziale:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - a(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0$$

con a costante reale.

L'equazione di Van der Pol fu inizialmente introdotta dal fisico e ingegnere elettronico olandese Balthasar Van der Pol che notò alcune anomalie non lineari nell'andamento della corrente in circuiti elettronici che impiegavano tubi a vuoto. Successivamente, tale equazione fu impiegata con successo in biologia, per modellizzare aritmie nei battiti cardiaci o nella trasmissione delle correnti neuronali ed in geologia, per modellizzare lo scorrimento di placche tettoniche.

Risolvere l'equazione data con un metodo numerico appropriato per valori di $a = 0, 1, \dots, 5$, e condizioni iniziali: $x(0) = 0$ e $\dot{x}(0) = 1$, descrivendo come si modifica la soluzione dell'equazione. In particolare, studiare nel dettaglio come varia la frequenza delle oscillazioni all'aumentare di a . Cosa succede alla soluzione nel caso di valori di a negativi?